INTERRO DE COURS – NUMÉRO 1

Exercice 1 –

1. Donner l'écriture des nombres suivants sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{178+2}{1258+2} \qquad \text{et} \qquad B = \frac{\frac{1}{4}\times\frac{12}{15}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\times\frac{15}{2}}$$

> **Solution :** $A = \frac{178+2}{1258+2} = \frac{180}{1260} = \frac{18}{126} = \frac{2\times 9}{2\times 63} = \frac{9}{9\times 7} = \frac{1}{7}$.
> $B = \frac{\frac{1\times3\times4}{4\times3\times5}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}-\frac{3\times5}{2\times3\times2}} = \frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}-\frac{5}{4}} = \frac{\frac{3+5}{15}}{\frac{4-25}{20}} = \frac{\frac{8}{15}}{-\frac{21}{20}} = -\frac{8}{15}\times\frac{20}{21} = -\frac{8\times4\times5}{3\times5\times21} = -\frac{32}{63}$

2. Simplifier le nombre suivant : $\frac{16^3\times 2^{-2}\times 9\times 1}{8^7\times 2^{-4}}\times\left(\frac{2^3}{27^2}\right)^5$.

> **Solution :**
> $\frac{16^3\times 2^{-2}\times 9\times 1}{8^7\times 2^{-4}}\times\left(\frac{2^3}{27^2}\right)^5 = \frac{\left(2^4\right)^3\times 2^{-2}\times 3^2\times 2^{15}}{\left(2^3\right)^7\times 2^{-4}\times\left(3^3\right)^{10}} = \frac{2^{12-2+15}\times 3^2}{2^{21-4}\times 3^{30}} = \frac{2^{25}\times 3^2}{2^{17}\times 3^{30}} = \frac{2^8}{3^{28}}$

3. Simplifier l'écriture du nombre suivant : $\frac{1+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

> **Solution :** $\frac{1+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{(1+2\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{5})+(1-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{3-5} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}+2\sqrt{6}-2\sqrt{10}+\sqrt{3}+\sqrt{5}-2\sqrt{6}-2\sqrt{10}}{-2} = \frac{2\sqrt{3}-4\sqrt{10}}{-2} = 2\sqrt{10}-\sqrt{3}$

Exercice 2 –

1. Écrire avec des quantificateurs les phrases suivantes :
   (a) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée.

   > **Solution :** $\exists M\in\mathbb{R}, \forall n\in\mathbb{N}, u_n \leqslant M$

   (b) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

   > **Solution :** $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}\leqslant u_n$

2. Nier les assertions ci-dessus. On écrira la négation sous deux formes : en français et avec des quantificateurs.

> **Solution :**
> (a) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas majorée.

$$\forall M \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, u_n > M$$

(b) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas décroissante.

$$\exists n \in \mathbb{N}, u_{n+1} > u_n$$