

INTERRO DE COURS – NUMÉRO 1

Exercice 1 – Compléter la proposition suivante :

« Soient P et Q deux assertions.

L'assertion $\text{non}(P \text{ ou } Q)$ a la même valeur logique que l'assertion

L'assertion $\text{non}(P \text{ et } Q)$ a la même valeur logique que l'assertion »

Solution : « Soient P et Q deux assertions.

L'assertion $\text{non}(P \text{ ou } Q)$ a la même valeur logique que l'assertion $\text{non}P$ et $\text{non}Q$

L'assertion $\text{non}(P \text{ et } Q)$ a la même valeur logique que l'assertion $\text{non}P$ ou $\text{non}Q$ »

Exercice 2 –

1. Soit x un nombre réel. On considère les assertions $P : (x > 4)$ et $Q : (x^2 > 16)$. Dire si P/Q est une condition nécessaire/suffisante pour Q/P .

Solution : P est une condition suffisante pour Q .

2. Donner la contraposée de l'implication suivante :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad \left[x < 1 \implies \ln(x) < 0 \right]$$

Solution : La contraposée de l'implication ci-dessus est :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad \left[\ln(x) \geq 0 \implies x \geq 1 \right]$$

3. La conjecture de Goldbach énonce que tout entier pair supérieur ou égal à 4 est la somme de deux nombres premiers. Écrire cette conjecture à l'aide de quantificateurs. *On pourra noter $2\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers pairs, et $\mathbb{P}$ l'ensemble des nombres premiers.*

Solution : La conjecture de Goldbach s'énonce avec des quantificateurs de la manière suivante : $\forall n \in 2\mathbb{N} \setminus \{0; 2\}, \quad \exists (p_1, p_2) \in \mathbb{P}^2 / \quad n = p_1 + p_2$