PROGRAMME DE COLLES – SEMAINE 23

1. **Chapitre 28 : Applications linéaires**
   - Définition d'une application linéaire entre deux espaces vectoriels. Premières propriétés. Exemples.
   - Définition d'endomorphisme, d'isomorphisme, d'automorphisme, de forme linéaire. Groupe linéaire.
   - Noyau d'une application linéaire. Exemples.
   - Question de cours : le noyau d'une application linéaire est un espace vectoriel (Prop 28.39)
   - Question de cours : une application linéaire est injective si et seulement si son noyau est réduit au vecteur nul (Prop 28.40)
   - Noyau d'une application linéaire. Exemples.
   - Question de cours : l'ensemble image d'une application linéaire est un espace vectoriel (Prop 28.48)
   - Une application linéaire est surjective si et seulement si son image est égale à l'ensemble d'arrivée.
   - Si E admet une famille génératrice $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ alors :$\text{Im}(f) = \text{Vect}\big(f(x_1), \ldots, f(x_n)\big)$.
   - Détermination d'une application linéaire par l'image d'une base. Deux applications linéaires qui coïncident sur une base de E sont égales.
   - Détermination d'une application linéaire sur une somme directe.
   - Applications linéaires en dimension finie : conservation (ou non) des propriétés d'une famille par image par une application linéaire (Prop 28.63)
   - Rang d'une application linéaire.
   - Deux espaces vectoriels sont isomorphes si et seulement si ils ont la même dimension.
   - Question de cours : Énoncé et preuve du corollaire 28.71
   - En dimension finie, si $\dim(E) = \dim(F)$, alors injectivité $\iff$ surjectivité $\iff$ bijectivité.
   - Théorème du rang.
   - Endomorphismes remarquables : projecteur, symétrie. Caractérisations.
   - Question de cours : Énoncé et preuve du théorème 28.86