

PROGRAMME DE COLLES – SEMAINE 22

1. Chapitre 27 : Théorie de l'intégration

- Continuité uniforme. Définition. Une fonction continue est uniformément continue. Réciproque : théorème de Heine.
- Construction de l'intégrale via l'approximation uniforme des fonctions continues par morceaux par des fonctions en escalier. Dans la pratique, il faut savoir justifier qu'une intégrale est bien définie en établissant que la fonction est continue sur le segment, éventuellement prolongeable par continuité aux bornes (cf les deux exemples du cours).
- **Question de cours : preuves des propriétés sur la norme infinie (Théorème 27.9)**
- Propriétés de l'intégrale : linéarité, positivité, croissance de l'intégrale, relation de Chasles, inégalité triangulaire.
- Intégrale nulle d'une fonction de signe constant.
- **Question de cours : énoncé et preuve du théorème 27.22**
- Sommes de Riemann.
- Théorème fondamental de l'analyse. Application aux fonctions de la forme $\varphi : x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$.
- **Question de cours : exemple 27.38 (on attend une justification propre et rigoureuse)**
- Formules de Taylor : reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange.
- **Question de cours : énoncé et preuve de la formule de Taylor avec reste intégral (théorème 27.40)**
- **Question de cours : énoncé et preuve de l'inégalité de Taylor-Lagrange (Théorème 27.43)**