

PROGRAMME DE COLLES – SEMAINE 15**1. Chapitre 18 : Arithmétique dans $\mathbb{Z}$**

- Relation de divisibilité dans $\mathbb{Z}$
- Relation de congruence modulo un entier
- Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$.
- PGCD, PPCM. Relations de Bézout. Algorithme d'Euclide.
- Entiers premiers entre eux.
- Lemme de Gauss. Lemme d'Euclide.
- Nombres premiers.
- **Question de cours : Preuve du théorème d'Euclide (18.49).**
- Décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers. Valuation p -adique.
- Détermination du PGCD et du PPCM grâce à la décomposition en produit de facteurs premiers.
- **Question de cours : Preuve de $a \wedge b = \prod_{p \in \mathbb{P}} p^{\min\{v_p(a), v_p(b)\}}$ (point 2 du théorème 18.58)**
- Petit théorème de Fermat.

2. Chapitre 19 : Polynômes à coefficients dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

- Définition de $\mathbb{K}[X]$ (comme ensemble des suites presque nulles) et opérations sur $\mathbb{K}[X]$ (somme, produit, multiplication externe). Principe d'identification des coefficients.
- **Question de cours : Formule de Vandermonde (exemple 19.10)**
- Degré d'un polynôme. Propriétés du degré.
- Dérivée d'un polynôme.
- **Question de cours : Proposition 19.26**
- **Question de cours : Énoncé et preuve de la formule de Taylor (19.30)**
- Arithmétique des polynômes : divisibilité, division euclidienne de polynômes.