PROGRAMME DE COLLES – SEMAINE 1

1. Chapitre transversale : Petit manuel de bonne rédaction

Il faut dès maintenant, et y compris en colle, prendre les bonnes habitudes de rédaction présentées dans ce document :

- introduction de variable;
- bonne dénomination des objets (fonction f et non fonction $f(x)$, suite (u_n) et non suite u_n , etc);
- bonne utilisation des symboles d'implication $\implies$ et d'équivalence $\iff$;
- etc

2. Chapitre transversal : Petit recueil de raisonnements mathématiques

- Connaître la démarche pour montrer une implication, une équivalence.
- Connaître la démarche pour montrer une inclusion, une égalité d'ensemble.
- Raisonnement par récurrence (y compris récurrences doubles, fortes).
Question de cours : Savoir refaire l'exemple page 7
 « Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 0, u_1 = 1$, et pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$.
 Démontrer par une récurrence double que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = 2^n - 1$. »
- Raisonnement par analyse-synthèse (en plus des exemples du cours, l'exercice 30 de la feuille de TD1 a également été traité en classe).
Question de cours : Savoir refaire l'exemple page 9
 « Montrer que toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ s'écrit de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire. »

3. Chapitre 1 : Rudiments de logique et vocabulaire ensembliste

- Connecteurs logiques ET/OU, négation, implication, équivalence.
- Raisonnement par contraposée.
- Utilisation des quantificateurs $\forall$ et $\exists$. Attention à l'ordre!
- Opération de base sur les ensembles (y compris unions/intersections infinies).
Question de cours : Exemple 1.65 (uniquement le 1) : « Montrer que $\bigcup_{k=1}^{+\infty}]-\infty, k] = \mathbb{R}$. »
- Preuve par disjonction de cas.
Question de cours : Exemple 1.69 : « Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, \frac{n(n+1)}{2}$ est un entier naturel. »

4. Chapitre 2 : Calculs algébriques dans $\mathbb{R}$, équations et inéquations

- Ensemble de nombres usuels, intervalles de $\mathbb{R}$.
- Manipulations de puissances. Il faut connaître parfaitement les règles de calcul de la Proposition 2.7.
- Manipulation de racines carrées. Utilisation de la quantité conjuguée.
- Développement, factorisation, identités remarquables.
- Rappels d'arithmétique de base (division euclidienne, relation de divisibilité, factorisation en produit de facteurs premiers).
- Manipulations d'inégalités : quelques méthodes de démonstration d'inégalités.

- Fonction valeur absolue, propriétés de base et résolution d'équations et d'inéquations impliquant la fonction valeur absolue.
Question de cours : Preuve de l'inégalité triangulaire généralisée, c'est-à-dire la preuve de la Proposition 2.53 ET les trois "rebondissements" présentés dans l'exemple 2.54
- Partie entière d'un réel. Propriétés de base.
Question de cours : Exemple 2.59
- Présentation de différentes méthodes de résolution d'équations (polynomiale degré 1 et 2, avec des valeurs absolues, des racines carrées, etc).
Une attention toute particulière sera portée à la rigueur des raisonnements et de la rédaction!
- Présentation de différentes méthodes de résolution d'inéquations.
Une attention toute particulière sera portée à la rigueur des raisonnements et de la rédaction!