

Tracé de fonctions et révisions boucle for

1 Tracer une fonction en Python

Exercice 1.1 1. Définir en Python les fonctions suivantes :

$$f_1(x) = x^2 \quad \text{et} \quad f_2(x) = \sqrt{x}.$$

2. Pour tracer la courbe de la fonction f_1 sur l'intervalle $[-2, 2]$, on peut par exemple taper :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 x1=np.arange(-2,2,0.1)
3 plt.plot(x1,f1(x1))
```

(a) Tester ce programme pour tracer la courbe de la fonction f_1 .

(b) L'adapter pour tracer la courbe de la fonction f_2 .

2 Exercices de révisions

Exercice 2.1 (D'après DM2, problème 1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$.

1. Définir en Python la fonction f .

2. Ecrire un code Python permettant de tracer la fonction f sur l'intervalle $]0, 10]$.

3. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$.

(a) Ecrire une fonction Python qui prend en entrée un entier n et renvoie u_n .

(b) Modifier la fonction précédente pour qu'elle prenne en entrée un entier n mais qu'elle renvoie un vecteur contenant tous les termes de la suite : $u_0, \dots, u_n$.

(c) Ecrire un code Python permettant de représenter graphiquement les 15 premiers termes de la suite $(u_n)_n$.

(d) Vers quelle valeur semble-t-elle converger ?

Exercice 2.2 (D'après DM2, problème 2) On considère deux suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par $a_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b_0 = \frac{1}{2}$ et :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad a_{n+1} = \sqrt{\frac{1-b_n}{2}} \quad \text{et} \quad b_{n+1} = \sqrt{\frac{1+a_n}{2}}.$$

1. Ecrire une fonction Python qui prend en entrée un entier n et renvoie a_n et b_n .

2. Dans le problème 2 du DM 2, on démontrait que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$9 \times 2^n \frac{a_n}{2+b_n} < \pi < 2^n \left(2a_n + \frac{a_n}{b_n} \right).$$

Ecrire une fonction Python permettant de calculer une valeur approchée de π .

3. Combien d'itérations faut-il pour avoir 10 décimales correctes de π ?

Exercice 2.3 (D'après DM3, exercice 1) On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $v_n = \sum_{k=1}^n \sin\left(\frac{k}{n^2}\right)$.

1. Ecrire une fonction Python qui prend en entrée un entier naturel non nul n et renvoie v_n .
2. Modifier la fonction précédente pour qu'elle prenne en entrée un entier naturel non nul n mais qu'elle renvoie un vecteur contenant tous les termes de la suite : $v_1, \dots, v_n$.
3. Ecrire un code Python permettant de représenter graphiquement les 15 premiers termes de la suite $(v_n)_n$.
4. Vers quelle valeur semble-t-elle converger ?