Interrogation n° 8

Exercice 1 *Questions de cours*

1. Enoncer le théorème d'encadrement.
2. Donner la définition de deux suites adjacentes.
3. Citer le théorème des suites adjacentes.

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

1. $u_n = \dfrac{3^{n+2}}{2^n}$
2. $u_n = \dfrac{\cos(n)}{n}$

Exercice 3

Soit le polynôme P défini par $\forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = x^4 + (x^2-1)^2 - 2(x^2+1)^2 + x$.
Déterminer son degré et son coefficient dominant.

Corrigé : Interrogation n° 8

Exercice 1 *Questions de cours*

1. Enoncer le théorème d'encadrement.
2. Donner la définition de deux suites adjacentes.
3. Citer le théorème des suites adjacentes.

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

1. $u_n = \dfrac{3^{n+2}}{2^n}$

> C'est a priori une forme indéterminée. Remarquons que l'on a :
>
> $$u_n = 3^2 \times \frac{3^n}{2^n} = 9\left(\frac{3}{2}\right)^n.$$
>
> Or $\dfrac{3}{2} > 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{3}{2}\right)^n = +\infty$, on en conclut que $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty}$.

2. $u_n = \dfrac{\cos(n)}{n}$

> Le terme $\cos(n)$ diverge en l'infini mais on a pour $n \in \mathbb{N}$,
>
> $$-1 \leq \cos(n) \leq 1$$
>
> donc pour $n \in \mathbb{N}^*$,
>
> $$-\frac{1}{n} \leq u_n \leq \frac{1}{n}.$$
>
> Or $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$ donc d'après le théorème d'encadrement la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge et on a $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0}$.

Exercice 3

Soit le polynôme P défini par $\forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = x^4 + (x^2-1)^2 - 2(x^2+1)^2 + x$.
Déterminer son degré et son coefficient dominant.

> On a, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
>
> $$P(x) = x^4 + x^4 - 2x^2 + 1 - 2x^4 - 4x^2 - 2 + x = -6x^2 + x - 1.$$
>
> Le polynôme P est donc de degré 2 et de coefficient dominant égal à -6.