Interrogation n° 5

Exercice 1

Compléter le tableau suivant

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$					
$\sin x$					

Exercice 2

Résoudre les systèmes linéaires suivants :

1. $$(S_1)\quad \left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & 2z & = & 4 \\ & & 3y & - & 3z & = & 1 \end{array}\right.$$

2. $$(S_2)\quad \left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & + & z & = & 7 \\ x & + & y & - & z & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & 4z & = & -9 \end{array}\right.$$

Exercice 3

Calculer les produits matriciels suivants :

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & -4 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Corrigé : Interrogation n° 5

Exercice 1

Compléter le tableau suivant

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$					
$\sin x$					

Exercice 2

Résoudre les systèmes linéaires suivants :

1.

$$(S_1)\quad \left\{\begin{array}{ccccccc} x & - & y & + & 2z & = & 4 \\ & & 3y & - & 3z & = & 1 \end{array}\right.$$

$$(S_1) \iff \left\{\begin{array}{ccccc} x & - & y & = & 4-2z \\ & & y & = & \frac{1+3z}{3} \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{ccr} x & = & 4-2z+\frac{1}{3}+z \\ y & = & \frac{1}{3}+z \end{array}\right.$$

$$(S_1) \iff \left\{\begin{array}{ccr} x & = & \frac{13}{3}-z \\ y & = & \frac{1}{3}+z \end{array}\right.$$

Ainsi $\mathscr{S} = \left\{\left(\frac{13}{3}-z; \frac{1}{3}+z; z\right), z \in \mathbb{R}\right\}$.

2.

$$(S_2)\quad \left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & + & z & = & 7 \\ x & + & y & - & z & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & 4z & = & -9 \end{array}\right.$$

$$(S_2) \iff \left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & - & z & = & 0 \\ 2x & + & y & + & z & = & 7 \\ -x & + & 2y & - & 4z & = & -9 \end{array}\right. \qquad L_1 \leftrightarrow L_2$$

$$(S_2) \iff \left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & - & z & = & 0 \\ & - & y & + & 3z & = & 7 \\ & & 3y & - & 5z & = & -9 \end{array}\right. \qquad L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1, \quad L_3 \leftarrow L_3 + L_1$$

$$(S_2) \iff \left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & - & z & = & 0 \\ & - & y & + & 3z & = & 7 \\ & & & & 4z & = & 12 \end{array}\right. \qquad L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2$$

On a mis le système sous forme échelonné et on peut maintenant facilement le résoudre.

$$(S_2) \iff \left\{\begin{array}{ccccr} x & + & y & = & z \\ & - & y & = & 7-3z \\ & & z & = & 3 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{ccc} x & = & 1 \\ y & = & 2 \\ z & = & 3 \end{array}\right.$$

Ainsi $\mathscr{S} = \{(1;2;3)\}$.

Exercice 3

Calculer les produits matriciels suivants :

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & -4 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & -4 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \\ 6 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 6 & -2 & 8 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$