Interrogation n° 4

Exercice 1 *Questions de cours*

1. Enoncer la formule du binôme de Newton.
2. Soient f et g deux fonctions définies respectivement sur $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}_g$. Comment définit-on la composée de f par g ? (On n'oubliera pas de préciser les conditions de cette définition).
3. Donner les définitions d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
4. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
   (a) Donner la définition de f est majorée sur I.
   (b) Donner la définition de f est décroissante sur I.
5. Soit la fonction carré $f : x \mapsto x^2$.
   (a) Donner le domaine de définition de f.
   (b) Donner la parité de f.
   (c) Donner les variations de f.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
6. Soit la fonction cube $g : x \mapsto x^3$.
   (a) Donner le domaine de définition de g.
   (b) Donner la parité de g.
   (c) Donner les variations de g.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
7. Soit la fonction inverse $h : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.
   (a) Donner le domaine de définition de h.
   (b) Donner la parité de h.
   (c) Donner les variations de h.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
8. Soit la fonction logarithme népérien $l : x \mapsto \ln(x)$.
   (a) Donner le domaine de définition de l.
   (b) Donner la parité de l.
   (c) Donner les variations de l.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
9. Soit la fonction exponentielle $j : x \mapsto \mathrm{e}^x$.
   (a) Donner le domaine de définition de j.
   (b) Donner la parité de j.
   (c) Donner les variations de j.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
10. Soit $a \in \mathbb{R}_+$, compléter les équivalences suivantes :

$$|x| = a \iff \dots\dots\dots$$

$$|x| < a \iff \dots\dots\dots$$

$$|x| > a \iff \dots\dots\dots$$

Exercice 2

Déterminer la domaine de définition de la fonction f définie par :

$$f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6).$$

Corrigé : Interrogation n° 4

Exercice 1 *Questions de cours*

1. Enoncer la formule du binôme de Newton.
2. Soient f et g deux fonctions définies respectivement sur $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}_g$. Comment définit-on la composée de f par g ? (On n'oubliera pas de préciser les conditions de cette définition).

> La composée de f par g se note $g \circ f$, elle est définie sur $\mathcal{D}_f$, à condition que $f(\mathcal{D}_f) \subset \mathcal{D}_g$ et on a :
>
> $$\forall x \in \mathcal{D}_f, \quad (g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

3. Donner les définitions d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
4. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
   (a) Donner la définition de f est majorée sur I.
   (b) Donner la définition de f est décroissante sur I.
5. Soit la fonction carré $f : x \mapsto x^2$.
   (a) Donner le domaine de définition de f.

   > $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

   (b) Donner la parité de f.

   > f est une fonction paire.

   (c) Donner les variations de f.

   > f est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.

   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

   > Voir cours

6. Soit la fonction cube $g : x \mapsto x^3$.
   (a) Donner le domaine de définition de g.

   > $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$

   (b) Donner la parité de g.

   > g est une fonction impaire.

   (c) Donner les variations de g.

   > g est croissante sur $\mathbb{R}$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours.

7. Soit la fonction inverse $h : x \mapsto \frac{1}{x}$.

(a) Donner le domaine de définition de h.

> $\mathcal{D}_h = \mathbb{R}^*$

(b) Donner la parité de h.

> h est une fonction impaire.

(c) Donner les variations de h.

> h est décroissante sur $]-\infty;0[$ et $]0;+\infty[$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours

8. Soit la fonction logarithme népérien $l : x \mapsto \ln(x)$.

(a) Donner le domaine de définition de l.

> $\mathcal{D}_l = \mathbb{R}_+^*$

(b) Donner la parité de l.

> $\mathcal{D}_l$ n'est pas symétrique par rapport à 0 donc l n'est ni paire ni impaire.

(c) Donner les variations de l.

> l est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours

9. Soit la fonction exponentielle $j : x \mapsto \mathrm{e}^x$.

(a) Donner le domaine de définition de j.

> $\mathcal{D}_j = \mathbb{R}$

(b) Donner la parité de j.

> j n'est ni paire ni impaire.

(c) Donner les variations de j.

> j est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours

> $$\forall \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \quad |x+y| \leq |x+|y|.$$

10. Soit $a \in \mathbb{R}_+$, compléter les équivalences suivantes :

$$|x| = a \iff \ldots\ldots\ldots$$

$$|x| < a \iff \ldots\ldots\ldots$$

$$|x| > a \iff \ldots\ldots\ldots$$

Exercice 2

Déterminer la domaine de définition de la fonction f définie par :

$$f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6).$$

> La fonction $x \mapsto x^2 - 5x + 6$ est définie sur $\mathbb{R}$ et la fonction $x \ln(x)$ est définie sur $\mathbb{R}_+^*$.
> Etudions donc le signe de $x^2 - 5x + 6$ pour déterminer le domaine de définition de f.
> On a $\Delta = 1$, $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$, ainsi $x^2 - 5x + 6 > 0$ pour $x \in]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$. On a donc $\boxed{\mathcal{D}_f =]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[}$.