Interrogation n° 4

Exercice 1 *Questions de cours*

1. Soient f et g deux fonctions définies respectivement sur $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}_g$. Comment définit-on la composée de g par f ? (On n'oubliera pas de préciser les conditions de cette définition).
2. Donner les définitions d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
3. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
   (a) Donner la définition de f est minorée sur I.
   (b) Donner la définition de f est strictement croissante sur I.
4. Soit la fonction carré $f : x \mapsto x^2$.
   (a) Donner le domaine de définition de f.
   (b) Donner la parité de f.
   (c) Donner les variations de f.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
5. Soit la fonction cube $g : x \mapsto x^3$.
   (a) Donner le domaine de définition de g.
   (b) Donner la parité de g.
   (c) Donner les variations de g.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
6. Soit la fonction inverse $h : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.
   (a) Donner le domaine de définition de h.
   (b) Donner la parité de h.
   (c) Donner les variations de h.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
7. Soit la fonction logarithme népérien $l : x \mapsto \ln(x)$.
   (a) Donner le domaine de définition de l.
   (b) Donner la parité de l.
   (c) Donner les variations de l.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
8. Soit la fonction exponentielle $j : x \mapsto \mathrm{e}^x$.
   (a) Donner le domaine de définition de j.
   (b) Donner la parité de j.
   (c) Donner les variations de j.
   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.
9. Soit $a \in \mathbb{R}_+$, compléter les équivalences suivantes :

$$|x| = a \iff \dots\dots\dots$$
$$|x| < a \iff \dots\dots\dots$$
$$|x| > a \iff \dots\dots\dots$$

Exercice 2

Simplifier l'expression suivante :

$$A = \frac{\mathrm{e}^{x^2+1}\left(\mathrm{e}^{x+\ln(2x)}\right)^2}{\mathrm{e}^{(x+1)^2}}.$$

Corrigé : Interrogation n° 4

Exercice 1 *Questions de cours*

1. Soient f et g deux fonctions définies respectivement sur $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}_g$. Comment définit-on la composée de g par f ? (On n'oubliera pas de préciser les conditions de cette définition).

> La composée de g par f se note $f \circ g$, elle est définie sur $\mathcal{D}_g$, à condition que $g(\mathcal{D}_g) \subset \mathcal{D}_f$ et on a :
> $$\forall x \in \mathcal{D}_g, \quad (f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

2. Donner les définitions d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
3. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
   (a) Donner la définition de f est minorée sur I.

> $$\exists m \in \mathbb{R}, \forall x \in I, f(x) \geq m.$$

   (b) Donner la définition de f est strictement croissante sur I.

> $$\forall x \in I, \forall y \in I, x < y \Rightarrow f(x) < f(y).$$

4. Soit la fonction carré $f : x \mapsto x^2$.
   (a) Donner le domaine de définition de f.

> $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

   (b) Donner la parité de f.

> f est une fonction paire.

   (c) Donner les variations de f.

> f est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.

   (d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours

5. Soit la fonction cube $g : x \mapsto x^3$.
   (a) Donner le domaine de définition de g.

> $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$

   (b) Donner la parité de g.

> g est une fonction impaire.

(c) Donner les variations de g.

> g est croissante sur $\mathbb{R}$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours.

6. Soit la fonction inverse $h : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

(a) Donner le domaine de définition de h.

> $\mathcal{D}_h = \mathbb{R}^*$

(b) Donner la parité de h.

> h est une fonction impaire.

(c) Donner les variations de h.

> h est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours

7. Soit la fonction logarithme népérien $l : x \mapsto \ln(x)$.

(a) Donner le domaine de définition de l.

> $\mathcal{D}_l = \mathbb{R}_+^*$

(b) Donner la parité de l.

> $\mathcal{D}_l$ n'est pas symétrique par rapport à 0 donc l n'est ni paire ni impaire.

(c) Donner les variations de l.

> l est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours

8. Soit la fonction exponentielle $j : x \mapsto \mathrm{e}^x$.

(a) Donner le domaine de définition de j.

> $\mathcal{D}_j = \mathbb{R}$

(b) Donner la parité de j.

> j n'est ni paire ni impaire.

(c) Donner les variations de j.

> j est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

(d) Tracer l'allure de sa courbe représentative.

> Voir cours

9. Soit $a \in \mathbb{R}_+$, compléter les équivalences suivantes :

$$|x| = a \iff \dots\dots\dots$$
$$|x| < a \iff \dots\dots\dots$$
$$|x| > a \iff \dots\dots\dots$$

Exercice 2

Simplifier l'expression suivante :

$$A = \frac{\mathrm{e}^{x^2+1}\left(\mathrm{e}^{x+\ln(2x)}\right)^2}{\mathrm{e}^{(x+1)^2}}.$$

> $$A = \frac{\mathrm{e}^{x^2+1}\mathrm{e}^{2x+2\ln(2x)}}{e^{x^2+2x+1}} = e^{x^2+1+2x+2\ln(2x)-(x^2+2x+1)} = \mathrm{e}^{2\ln(2x)} = \left(\mathrm{e}^{\ln(2x)}\right)^2 = (2x)^2 = 4x^2.$$