Interrogation n° 26

Exercice 1 *Question de cours*

Compléter le tableau ci-dessous :

Loi	Support	Probabilités	Espérance	Variance
Uniforme : $X \hookrightarrow \mathcal{U}([\![1;n]\!])$				
Bernoulli : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$				
Binomiale : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n,p)$				
Géométrique : $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$				
Poisson : $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$				

Exercice 2

On lance un dé équilibré tétraédrique, c'est à dire à **4 faces**, jusqu'à obtenir un 4. On note X le nombre de lancers nécessaires pour obtenir 4.

1. Reconnaître la variable aléatoire X en **justifiant sa réponse !** Donner son support et sa loi.
2. La variable aléatoire X admet-elle une espérance et une variance ? Si oui les calculer.

Exercice 3

Déterminer la matrice relative aux applications linéaires suivantes dans les bases canoniques.

1. $f : \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \\ (x,y,z) \mapsto (2x-y+z, -2x+3z) \end{array} \right.$
2. $f : \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x] \\ P \mapsto P(x+1) - P'(x) \end{array} \right.$

Corrigé : Interrogation n° 26

Exercice 1 *Question de cours*

Compléter le tableau ci-dessous :

Loi	Support	Probabilités	Espérance	Variance
Uniforme : $X \hookrightarrow \mathcal{U}([\![1;n]\!])$				
Bernoulli : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$				
Binomiale : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n,p)$				
Géométrique : $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$				
Poisson : $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$				

Exercice 2

On lance un dé équilibré tétraédrique, c'est à dire à **4 faces**, jusqu'à obtenir un 4. On note X le nombre de lancers nécessaires pour obtenir 4.

1. Reconnaître la variable aléatoire X en **justifiant sa réponse !** Donner son support et sa loi.

> On appelle succès l'événement « obtenir 4 ». Sa probabilité est $p = \frac{1}{4}$. On considère l'épreuve de Bernoulli : lancer le dé tétraèdrique. On répète cette épreuve de Bernoulli de manière identique et indépendante, X est égal au nombre de lancers nécessaires pour obtenir 4 i.e. au rang d'apparition du premier succès donc X suit une loi géométrique de paramètre $p = \frac{1}{4}$. On a $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$ et
>
> $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \qquad P(X=k) = \left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} \times \frac{1}{4}.$$

2. La variable aléatoire X admet-elle une espérance et une variance ? Si oui les calculer.

> X suit une loi géométrique, elle admet donc une espérance et une variance et on a :
>
> $$E(X) = \frac{1}{p} = 4 \quad \text{et} \quad V(X) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{16}} = 12.$$

Exercice 3

Déterminer la matrice relative aux applications linéaires suivantes dans les bases canoniques.

1. $f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \\ (x,y,z) \mapsto (2x-y+z, -2x+3z) \end{cases}$

> La matrice canoniquement associée à f est :
>
> $$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. $f : \begin{cases} \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x] \\ P \mapsto P(x+1) - P'(x) \end{cases}$

> La base canonique de $\mathbb{R}_2[x]$ est $(1, x, x^2)$. On a :
>
> $$f(1) = 1 - 0 = 1, \quad f(x) = x + 1 - 1 = x \quad f(x^2) = (x+1)^2 - 2x = x^2 + 1.$$
>
> Ainsi la matrice canoniquement associée à f est :
>
> $$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$