Interrogation n° 23

Exercice 1 *Question de cours*

Donner, **sans justification**, la dimension des espaces vectoriels ci-dessous.

1. $\mathbb{R}^n$
2. $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$
3. $\mathbb{R}_n[x]$
4. $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
5. $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

Exercice 2

On considère l'ensemble E suivant :

$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 5y - z = 0\}.$$

1. Montrer que E est un espace vectoriel.
2. Déterminer une base de E.
3. En déduire sa dimension.

Corrigé : Interrogation n° 23

Exercice 1 *Question de cours*

Donner, **sans justification**, la dimension des espaces vectoriels ci-dessous.

1. $\mathbb{R}^n$

> $\dim(\mathbb{R}^n) = n$

2. $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$

> $\dim(\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})) = p$

3. $\mathbb{R}_n[x]$

> $\dim(\mathbb{R}_n[x]) = n+1$

4. $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$

> $\dim(\mathcal{M}_n(\mathbb{R})) = n^2$

5. $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

> $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R}))$ est de dimension infinie.

Exercice 2

On considère l'ensemble E suivant :

$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 5y - z = 0\}.$$

1. Montrer que E est un espace vectoriel.

> On a :
>
> $$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 3x - 5y\} = \{(x,y,3x-5y) \mid (x,y) \in \mathbb{R}^2\} = \{x(1,0,3) + y(0,1,-5) \mid (x,y) \in \mathbb{R}^2\}.$$
>
> On a alors $E = \mathrm{Vect}((1,0,3),(0,1,-5))$. Ainsi E est bien un espace vectoriel.

2. Déterminer une base de E.

> Comme $E = \mathrm{Vect}((1,0,3),(0,1,-5))$, il est engendré par la famille génératrice $((1,0,3),(0,1,-5))$. Cette famille est libre car les deux vecteurs ne sont pas colinéaires. Ainsi cette famille forme une base E.

3. En déduire sa dimension.

Comme la base de E que l'on vient de déterminer est de cardinal 2, on en déduit donc que $\dim(E) = 2$.

