

## Interrogation n° 22

### Exercice 1 *Question de cours*

Donner, **sans justification**, la dimension des espaces vectoriels ci-dessous.

1.  $\mathbb{R}^n$
2.  $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$
3.  $\mathbb{R}_n[x]$
4.  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
5.  $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  l'ensemble des fonctions de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$

### Exercice 2

On considère l'ensemble  $E$  suivant :

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 5y - z = 0\}.$$

1. Montrer que  $E$  est un espace vectoriel.
2. Déterminer une base de  $E$ .
3. En déduire sa dimension.

## Corrigé : Interrogation n° 22

### Exercice 1 Question de cours

Donner, **sans justification**, la dimension des espaces vectoriels ci-dessous.

1.  $\mathbb{R}^n$

$$\dim(\mathbb{R}^n) = n$$

2.  $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$

$$\dim(\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})) = p$$

3.  $\mathbb{R}_n[x]$

$$\dim(\mathbb{R}_n[x]) = n + 1$$

4.  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$

$$\dim(\mathcal{M}_n(\mathbb{R})) = n^2$$

5.  $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  l'ensemble des fonctions de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$

$\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  est de dimension infinie.

### Exercice 2

On considère l'ensemble  $E$  suivant :

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 5y - z = 0\}.$$

1. Montrer que  $E$  est un espace vectoriel.

On a :

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 3x - 5y\} = \{(x, y, 3x - 5y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2\} = \{x(1, 0, 3) + y(0, 1, -5) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2\}.$$

On a alors  $E = \text{Vect}((1, 0, 3), (0, 1, -5))$ . Ainsi  $E$  est bien un espace vectoriel.

2. Déterminer une base de  $E$ .

Comme  $E = \text{Vect}((1, 0, 3), (0, 1, -5))$ , il est engendré par la famille génératrice  $((1, 0, 3), (0, 1, -5))$ . Cette famille est libre car les deux vecteurs ne sont pas colinéaires. Ainsi cette famille forme une base  $E$ .

3. En déduire sa dimension.

Comme la base de  $E$  que l'on vient de déterminer est de cardinal 2, on en déduit donc que  $\dim(E) = 2$ .