

Interrogation n° 12

Exercice 1

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.

Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-2} près.

Une étude portant sur le marathon de Caen montre que :

- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les événements suivants :

- A : "le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes" ;
- B : "le coureur a moins de 60 ans".

1. Donner les valeurs de $P(A)$, $P(\bar{A})$, $P_A(B)$, $P_A(\bar{B})$, $P_{\bar{A}}(B)$, $P_{\bar{A}}(\bar{B})$.
2. Quelle est la probabilité qu'un coureur ait plus de 60 ans et ait couru le marathon en moins de 234 minutes ?
3. Calculer $P(B)$.
On arrondira le résultat à 0,01 près.
4. Le coureur sélectionné a plus de 60 ans. Quelle est la probabilité qu'il ait couru le marathon en moins de 234 minutes ? *On arrondira le résultat à 0,01 près.*

Exercice 2

Une urne contient initialement 4 boules noires, 6 boules rouges et 10 boules blanches.

On tire trois boules successivement et **sans remise**.

Calculer la probabilité d'obtenir trois boules rouges.

Corrigé : Interrogation n° 12

Exercice 1

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.

Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-2} près.

Une étude portant sur le marathon de Caen montre que :

- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les événements suivants :

- A : "le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes" ;
- B : "le coureur a moins de 60 ans".

1. Donner les valeurs de $P(A)$, $P(\bar{A})$, $P_A(B)$, $P_A(\bar{B})$, $P_{\bar{A}}(B)$, $P_{\bar{A}}(\bar{B})$.

D'après l'énoncé, on a :

- $P(A) = 0,34$ et $P(\bar{A}) = 0,66$;
- $P_A(B) = 0,95$ et $P_A(\bar{B}) = 0,05$;
- $P_{\bar{A}}(B) = 0,84$ et $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,16$.

2. Quelle est la probabilité qu'un coureur ait plus de 60 ans et ait couru le marathon en moins de 234 minutes ?

On cherche à calculer $P(A \cap \bar{B})$. D'après la formule des probabilités composées, on a :

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A)P_A(\bar{B}) = 0,34 \times 0,05 = 0,017 \simeq 0,02.$$

La probabilité qu'un coureur ait plus de 60 ans et ait couru le marathon en moins de 234 minutes est d'environ 0,02.

3. Calculer $P(B)$.

On arrondira le résultat à 0,01 près.

D'après la formule des probabilités totales, $\{A, \bar{A}\}$ étant un système complet d'événements :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A)P_A(B) + P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B) \\ &= 0,34 \times 0,95 + 0,66 \times 0,84 \\ &= 0,323 + 0,5544 \\ &= 0,8774 \\ &\simeq 0,88 \end{aligned}$$

4. Le coureur sélectionné a plus de 60 ans. Quelle est la probabilité qu'il ait couru le marathon en moins de 234 minutes ? On arrondira le résultat à 0,01 près.

Il nous faut calculer $P_{\overline{B}}(A)$. On a :

$$\begin{aligned}P_{\overline{B}}(A) &= \frac{P(\overline{B} \cap A)}{P(\overline{B})} \\ &= \frac{0,34 \times 0,05}{1 - 0,88} \\ &\approx \frac{0,017}{0,12} \\ &\approx \frac{17}{120} \\ &\approx 0,14\end{aligned}$$

Exercice 2

Une urne contient initialement 4 boules noires, 6 boules rouges et 10 boules blanches. On tire trois boules successivement et **sans remise**.

Calculer la probabilité d'obtenir trois boules rouges.

Pour $i = 1, 2$ ou 3 , on note R_i l'événement « tirer une boule rouge au i -ème tirage ». On cherche $P(R_1 \cap R_2 \cap R_3)$. On a, d'après la formule des probabilités composées :

$$\begin{aligned}P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) &= P(R_1)P_{R_1}(R_2)P_{R_1 \cap R_2}(R_3) \\ &= \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{4}{18} \\ &= \frac{2 \times 3 \times 5 \times 4}{4 \times 5 \times 19 \times 3 \times 2 \times 3} \\ &= \frac{1}{57}\end{aligned}$$

La probabilité de tirer 3 boules rouges est de $\frac{1}{57}$.