Interrogation n° 12

Exercice 1

Dans une boîte de chocolats se trouvent 4 papillotes rouges (chocolat noir aux éclats de noisettes), 6 papillotes bleues (pralinée feuilletée), 12 papillotes dorées (chocolat blanc avec ganache vanille) et 8 papillotes argentées (chocolat au lait coeur caramel). Avec un peu de gourmandise, un·e étudiant·e pioche au hasard 4 papillotes dans la boîte.

1. Calculer la probabilité qu'il ou elle ait tiré 4 papillotes dorées.
2. L'étudiant·e a finalement pioché une papillote de chaque sorte. Avec un peu de fayotage, il ou elle propose la boîte à la prof de math, quelle est la probabilité qu'elle tire une papillote au chocolat noir aux éclats de noisette ?

Exercice 2

Noël approche et jeudi c'est le repas de Noël au lycée Charles de Gaulle. Une étude montre que :

- $66\,\%$ des élèves du lycée ont prévu de porter un pull de Noël ;
- parmi les élèves qui ont prévu de porter un pull, $5\,\%$ auront également un bonnet de Père Noël ;
- parmi ceux qui ne porteront pas de pull, $84\,\%$ porteront un bonnet de Père Noël.

On sélectionne au hasard un élève du lycée et on considère les évènements suivants :

- A : "*l'élève porte un pull de Noël*" ;
- B : "*l'élève porte un bonnet de Père Noël*".

1. Donner les valeurs de $P(A)$, $P(\overline{A})$, $P_A(B)$, $P_A(\overline{B})$, $P_{\overline{A}}(B)$, $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.
2. Calculer la probabilité que cet élève porte un bonnet de Père Noël.
   On arrondira le résultat à $0,01$ *près.*
3. L'élève ne porte pas de bonnet de Père Noël. Quelle est la probabilité qu'il porte alors un pull de Noël ?
   On arrondira le résultat à $0,01$ *près.*

Corrigé : Interrogation n° 12

Exercice 1

Dans une boîte de chocolats se trouvent 4 papillotes rouges (chocolat noir aux éclats de noisettes), 6 papillotes bleues (pralinée feuilletée), 12 papillotes dorées (chocolat blanc avec ganache vanille) et 8 papillotes argentées (chocolat au lait coeur caramel). Avec un peu de gourmandise, un·e étudiant·e pioche au hasard 4 papillotes dans la boîte.

1. Calculer la probabilité qu'il ou elle ait tiré 4 papillotes dorées.

> On peut utiliser deux méthodes différentes :
> **Méthode 1 :**
> On note D_i l'événement « piocher une papillote dorée au i-ème tirage ». On cherche alors $P(D_1 \cap D_2 \cap D_3 \cap D_4)$.
> D'après la formule les probabilités composées, on a :
>
> $$\begin{aligned} P(D_1 \cap D_2 \cap D_3 \cap D_4) &= P(D_1)P_{D_1}(D_2)P_{D_1 \cap D_2}(D_3)P_{D_1 \cap D_2 \cap D_3}(D_4) \\ &= \frac{12}{30} \times \frac{11}{29} \times \frac{10}{28} \times \frac{9}{27} \\ &= \frac{11}{609} \end{aligned}$$
>
> **Méthode 1 :**
> Notons D l'événement « piocher 4 papillotes dorées ». On est en situation d'équiprobabilité car les papillotes sont indiscernables au toucher, il y a $\binom{20}{4}$ tirages possibles parce qu'on choisit 4 papillotes parmi 20. Pour en avoir 4 dorées, il faut choisir les 4 papillotes parmi les 12 dorées. On a donc :
>
> $$P(D) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{30}{4}} = \frac{11}{609}.$$

2. L'étudiant·e a finalement pioché une papillote de chaque sorte. Avec un peu de fayotage, il ou elle propose la boîte à la prof de math, quelle est la probabilité qu'elle tire une papillote au chocolat noir aux éclats de noisette ?

> Après les 4 papillotes mangées par l'étudiant·e, il ne reste plus dans la boîte que 3 papillotes rouges, 5 papillotes bleues, 11 papillotes dorées et 7 papillotes argentées.
> La probabilité que la prof de math ait pioché une papillote rouge est donc de $\frac{3}{26}$.

Exercice 2

Noël approche et jeudi c'est le repas de Noël au lycée Charles de Gaulle. Une étude montre que :
- $66\,\%$ des élèves du lycée ont prévu de porter un pull de Noël ;
- parmi les élèves qui ont prévu de porter un pull, $5\,\%$ auront également un bonnet de Père Noël ;
- parmi ceux qui ne porteront pas de pull, $84\,\%$ porteront un bonnet de Père Noël.

On sélectionne au hasard un élève du lycée et on considère les évènements suivants :
- A : "*l'élève porte un pull de Noël*" ;
- B : "*l'élève porte un bonnet de Père Noël*'.

1. Donner les valeurs de $P(A)$, $P(\overline{A})$, $P_A(B)$, $P_A(\overline{B})$, $P_{\overline{A}}(B)$, $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.

> D'après l'énoncé, on a :
> - $P(A) = 0,66$;
> - $P_A(\overline{B}) = 0,95$;

- $P_{\overline{A}}(B) = 0,84$.

On en déduit :

- $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0,34$;
- $P_A(B) = 1 - P_A(\overline{B}) = 0,05$;
- $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1 - P_{\overline{A}}(B) = 0,16$.

2. Calculer la probabilité que cet élève porte un bonnet de Père Noël.
On arrondira le résultat à $0,01$ *près.*

D'après la formule des probabilités totales, $\{A, \overline{A}\}$ étant un système complet d'événements de probabilités non nulles :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) \\ &= P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B) \\ &= 0,66 \times 0,05 + 0,34 \times 0,84 \\ &= 0,033 + 0,2856 \\ &\simeq 0,32 \end{aligned}$$

3. L'élève ne porte pas de bonnet de Père Noël. Quelle est la probabilité qu'il porte alors un pull de Noël ?
On arrondira le résultat à $0,01$ *près.*

Il nous faut calculer $P_{\overline{B}}(A)$. D'après la formule de Bayes, on a :

$$\begin{aligned} P_{\overline{B}}(A) &= \frac{P(A) \times P_A(\overline{B})}{P(\overline{B})} \\ &= \frac{0,66 \times 0,95}{1 - 0,32} \\ &= \frac{0,627}{0,68} \\ &\simeq 0.92 \end{aligned}$$