Correction des exercices du TD 26

Table des matières

1 Exercice 1

1. $\dfrac{1}{3-2x} \underset{0}{=} \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{9}x + \dfrac{4}{27}x^2 + \dfrac{8}{81}x^3 + o(x^3)$
2. $\sqrt{5-2x} \underset{0}{=} \sqrt{5} - \dfrac{\sqrt{5}}{5}x - \dfrac{\sqrt{5}}{50}x^2 + \dfrac{\sqrt{5}}{250}x^3 + o(x^3)$
3. $(1+2x)^{\frac{1}{4}} \underset{0}{=} 1 + \dfrac{x}{2} - \dfrac{3}{8}x^2 + \dfrac{7}{16}x^3 + o(x^3)$
4. $\mathrm{e}^{2x}\ln(1-x) \underset{0}{=} -x - \dfrac{5}{2}x^2 - \dfrac{10}{3}x^3 + o(x^3)$
5. $\dfrac{\ln(1+2x)}{2+x} \underset{0}{=} x - \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{25}{12}x^3 + o(x^3)$
6. $\dfrac{\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}}{x^3} \underset{0}{=} \dfrac{1}{3} - \dfrac{x}{4} + \dfrac{x^2}{5} - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^4}{7} + o(x^5)$
7.
8.

2 Exercice 8

1. (a) On a : $\mathrm{e}^u \underset{0}{=} 1 + u + \dfrac{u^2}{2} + o(u^2)$.

   (b) Posons $u = \dfrac{n}{x}$ on a $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{n}{x} = 0$, on peut donc écrire que :

$$f_n(x) \underset{0}{=} x\left(1 + \left(-\frac{n}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{n}{x}\right)^2 + o\left(\frac{1}{x^2}\right)\right) \underset{0}{=} x - n + \frac{n^2}{2x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$$

2. On a alors :

$$\lim_{x \to +\infty} (f_n(x) - (x-n)) = \lim_{x \to +\infty} \frac{n^2}{2x} + o\left(\frac{1}{x}\right) = 0.$$

3. On en déduit que la droite D_n est asymptote oblique à C_n au voisinage de $+\infty$ et comme $\dfrac{n^2}{2} > 0$, on peut affirmer que C_n est au-dessus de D_n au voisinage de $+\infty$.