Progression en mathématiques, Première année, 28 semaines au total

1 Chapitre 1 : Révisions de calcul numérique et littéral

Durée : 6 heures

- Proportionnalité.
  ↪ *Il s'agit de s'assurer que les étudiants maîtrisent parfaitement cette notion et savent l'appliquer dans des situations concrètes qu'ils pourraient rencontrer en économie ou en biologie...*
- Puissances entières de 10. Puissances entières d'un réel.
  ↪ *On attend en particulier la maîtrise des formules* $(xy)^n = x^n y^n$, $x^{n+m} = x^n x^m \dots$
- Développement, factorisation d'expressions algébriques.
- Racine carrée d'un réel positif. Propriétés.
- Identités remarquables.
  ↪ *Les attendus se limitent aux formules* $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

2 Chapitre 2 : Equations et inéquations

Durée : 8 heures

- Manipulation des inégalités.
- Notion d'intervalle. Intervalle ouvert, fermé, semi-ouvert.
- Résolution d'équations et d'inéquations simples (Premier degré, deuxième degré).
- Résolution de systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues.

3 Chapitre 3 : Généralités sur les fonctions

Durée : 8 heures

- Vocabulaire : ensemble de définition, image, antécédent, représentation graphique d'une fonction.
  ↪ *Illustration avec les fonctions usuelles connues : carré, cube, inverse, racine carrée, valeur absolue.*
- Fonctions monotones, strictement monotones. Fonctions majorées, minorées, bornées.
- Somme, produit, quotient de fonctions, composée de fonctions.
- Fonction valeur absolue. Définition, notation, propriétés, représentation graphique.
- Fonctions trigonométriques.
  ↪*Partie réservée pour les étudiants du parcours Sciences.*

4 Chapitre 4 : Limites et continuité

Durée : 8 heures

Limites

- Limite d'une fonction en un point.
- Limite à droite, limite à gauche.
- Extension de la notion de limite finie en $+\infty$ ou en $-\infty$.
- Notion de limite infinie en un point, en $+\infty$ ou en $-\infty$.
- Opérations algébriques sur les limites.
- Limite d'une fonction composée.

- Limites des fonctions polynomiales et rationnelles en $+\infty$ ou en $-\infty$.
  ↪*Les limites sont données par les limites des monômes de plus haut degré ou leur quotient.*
- Interprétation graphique des limites : droites asymptotes, asymptotes parallèles aux axes.
  ↪ *Toute recherche systématique des branches infinies est hors-programme.*

Continuité

- Continuité d'une fonction en un point.
  ↪*Une fonction f est continue en a si et seulement si $f(x)$ admet pour limite $f(a)$ quand x tend vers a.*
- Continuité de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions continues. Composition de deux fonctions continues.
  ↪ *Le prolongement par continuité est hors programme.*

5 Chapitre 5 : Dérivabilité

Durée : 10 heures

Dérivabilité

- Dérivabilité d'une fonction en un point, nombre dérivé.
  ↪ *Interprétation graphique.*
- Équation de la tangente en un point.
  ↪ *Approximation affine au voisinage d'un point.*
- Fonction dérivée.
  ↪ *Notation f'.*
- Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une fonction composée.
- Caractérisation des fonctions constantes et monotones par le signe de la dérivée.
  ↪ *Résultat admis. Principe de Lagrange : Si f est une fonction dérivable sur un intervalle I et si $f' \geqslant 0$ sur I, ne s'annulant qu'en un nombre fini de points, alors f est strictement croissante sur I.*
- Tableau de variation.
  ↪ *Sur des exemples application à l'étude d'équations et d'inéquations. En particulier, discussion sur l'existence et le nombre de solutions des équations du type $f(x) = c$ en s'appuyant sur le tableau de variations. Ouverture vers le théorème des valeurs intermédiaires et ses corollaires. La notion de bijection est hors programme.*
- Extremum local d'une fonction dérivable.
  ↪ *Une fonction f, dérivable sur un intervalle ouvert I, admet un extremum local en un point de I si sa dérivée s'annule en changeant de signe en ce point.*
- Dérivée seconde, notation f''.
  ↪ *La notion de fonction de classe $\mathcal{C}^p$ ou $\mathcal{C}^\infty$ est hors programme.*
- Représentation graphique de fonctions.

6 Chapitre 6 : Fonctions logarithme népérien et exponentielle

Durée : 10 heures

- Fonction exponentielle.
  ↪ *L'exponentielle est définie comme l'unique fonction vérifiant $f' = f$ et $f(0) = 1$. L'existence et l'unicité sont admises.*
- Dérivée, limites, représentation graphique.
- Propriétés algébriques de l'exponentielle.
  ↪ $\exp(a+b) = \exp(a)\exp(b)$. *Notation* e^x.
- Fonction logarithme népérien.
  ↪ *La fonction logarithme népérien est introduite à partir de la fonction exponentielle.*
- Dérivée, limites, représentation graphique.
- Propriétés algébriques du logarithme.
  ↪ $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$.
- Fonctions du type 10^x. Logarithme en base 10.
- Croissances comparées des fonctions exponentielle, puissances et logarithme au voisinage de l'infini et au voisinage de 0.
  ↪ *Pour* $n \in \mathbb{N}^*$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x^n}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^n}{\mathrm{e}^x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x^n}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^n}{\ln(x)}$, $\lim\limits_{x\to 0} x^n \ln(x)$.

Fin du Semestre 1

7 Chapitre 7 : Suites numériques

Durée : 10 heures

- Introduction de la notion de suites via les calculs d'intérêts simples et d'intérêts composés.
- Suites constantes, suites arithmétiques, suites géométriques. Calcul du n-ème terme. Savoir montrer qu'une suite est constante, arithmétique ou géométrique.
- Suites arithmético-géométriques. Calcul du n-ième terme.
- Somme des n premiers nombres entiers naturels et somme des n premiers termes de la suite (q^k).
- Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, somme des n premiers termes d'une suite géométrique.

8 Chapitre 8 : Optimisation et convexité pour les fonctions d'une variable

Durée : 6 heures

Extremum local d'une fonction à une variable
- Condition nécessaire d'ordre 1 pour un extremum
- Si a est un point critique et que f' change de signe en a alors f admet un extremum local en a.

Convexité et lien avec l'optimisation
- Définition d'une fonction convexe.
  ↪ *Une fonction est convexe (respectivement concave) si la courbe est au-dessous (respectivement au-dessus) des cordes.*
- Position d'une courbe par rapport aux tangentes dans le cas où la fonction est convexe et dérivable.
- Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.
- Si la dérivée d'une fonction convexe f de classe $\mathcal{C}^2$ sur un intervalle ouvert s'annule en un point, f admet un minimum en ce point.
- Etude du signe de $f''(x_0)$ pour déterminer la nature du point critique x_0
- Caractérisation d'un point d'inflexion si f est deux fois dérivable.
- Utilisation récapitulative des notions précédentes pour l'étude graphique de fonctions.
  ↪ *Allure locale du graphe. Exemples d'étude de points d'inflexion.*

9 Chapitre 9 : Fonctions de deux variables

Durée : 10 heures

- Dérivées partielles premières et secondes
- Différentielle d'une fonction de deux variables
- Fonction deux fois différentiables

10 Chapitre 10 : Optimisation des fonctions de deux variables

Durée : 9 heures

- Condition nécessaire d'ordre 1

Optimisation libre
- Caractérisation avec le signe du déterminant de la hessienne $(rt - s^2)$

Optimisation sous contrainte d'égalité
- Méthode par substitution (on se ramène aux fonctions d'une variable)
- Méthode de Lagrange

11 Chapitre 11 : Primitives et intégrales sur un segment

Durée : 9 heures

- Aire sous la courbe d'une fonction positive. Généralisation à une fonction de signe quelconque.
- Notion de primitive pour une fonction continue sur un intervalle
- Lien entre primitives et intégrales
- Calcul d'intégrales